

מבחן במיקרו כלכלה למוסמך תשע"ד

אריאל רובינשטיין

לרשותך שלוש שעות.

אתה רשאי להשתמש בכל חומר עזר אבל אין להשתמש במכשיר אלקטרוני כלשהו.

שאלה 1

נאמר שיחס בינארי P על המרחב $X = R^n$ מקיים את תכונה I אם ההיגד xPy (ההתייחסות של x ל- y) תלוי רק ביחסי השוויון שבין רכיבים של שני הווקטורים.

פורמלית: P מקיים את תכונה I אם לכל רביעית ווקטורים a, b, c, d המקיימים שלכל i ו- j :

$$(i) a_i = a_j \leftrightarrow c_i = c_j, (ii) b_i = b_j \leftrightarrow d_i = d_j, (iii) a_i = b_j \leftrightarrow c_i = d_j \text{ מתקיים גם } cPd \leftrightarrow aPb$$

נסמן ב- Y את קבוצת כל הווקטורים ב- X המורכבים מ- n מספרים שונים.

א. תן דוגמא (עבור $n = 2$) ליחס העדפה לא מנוון המקיים את תכונה I .

הראה שכל יחס העדפה המקיים תכונה I :

ב. חייב ליחס אדישות בין הווקטור $(1,2,3)$ וכל אחד מהווקטורים $(2,3,1)$, $(4,2,5)$ ו- $(4,5,6)$.

ג. חייב ליחס אדישות לכל $x, y \in Y$ המקיימים שלכל i, j $x_i \neq y_j$.

ד. חייב ליחס אדישות לכל $x, y \in Y$ המקיימים ש- y הוא פרמוטציה של x .

ה. (יותר קשה) חייב ליחס אדישות לכל $x, y \in Y$.

לבית בלבד: אפיין את קבוצת כל יחסי ההעדפה שמקיימים את תכונה I . (האם למישהו יש אינטואיציה לגבי התשובה?).

שאלה 2

בשוק שני פרטים ושתי סחורות. לפרט A סל התחלתי המכיל רק את סחורה 1 ולפרט B סל התחלתי המכיל רק את סחורה 2. פרט B ממקסם יחס העדפה (המקיים מונוטוניות חזקה, קמירות חזקה ורציפות). פרט A פועל באופן שונה: יש לו בראש יחס העדפה (המקיים את כל התכונות הנ"ל) ובהינתן מערכת מחירים הוא מעוניין למקסם את כמות סחורה 1 שימכור, תחת האילוץ שמצבו לא יורע ביחס למצבו ההתחלתי.

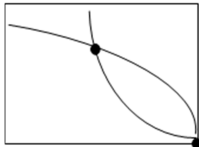
א. הגדר מושג שווי משקל תחרותי בשוק זה.

הנח שעקומות האדישות של הפרטים העוברות דרך ההקצאה ההתחלתית נחתכות בדיוק בהקצאה נוספת אחת בתיבת Edgeworth (ראה איור).

ב. הוכח את קיומו של שווי משקל, ללא שימוש במשפטים כלליים יותר.

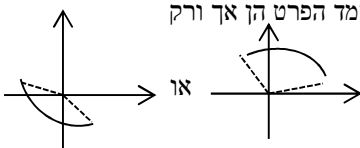
ג. הראה ששווי המשקל יעיל פרטו.

ד. הראה שללא ההנחה הנ"ל, יכול להתקיים שווי משקל שאינו יעיל פרטו.



שאלה 3

נדון בעולם שבו הקבוצה הכוללת X (grand set) הינה המישור ושקבוצות הבחירה בפניהן עומד הפרט הן אך ורק קשתות סגורות של מעגל היחידה, בנות פחות מ-180 מעלות. למשל:



נסמן כל קבוצת בחירה כ- $B(\alpha, \beta)$, כאשר α ו- β הן הזוויות שכולאות את הקשת (α, β) הם שני מספרים בין 0 ל-360. לדוגמא $B(0, 90)$ הוא רבע המעגל המצוי ברביע החיובי.

א. תן דוגמא לפונקציית בחירה שאינה מקיימת את האקסיומה החלשה של ההעדפה הנגלית (WA).

ב. (יותר קשה) הראה דוגמא לפונקציית בחירה המקיימת את האקסיומה החלשה של העדפה הנגלית ולמרות זאת לא ניתנת לרציונליזציה.

הנח כעת כי קבוצות הבחירה הן אך ורק קשתות המצויות ברביע החיובי של המישור (שתי הזוויות המגדירות כל קבוצת בחירה הן בין 0 ל-90 מעלות), ושהפרט ממקסם יחס העדפה מונוטוני, רציף וקמור חזק.

ג. הראה שפונקציית הבחירה של הפרט מוגדרת היטב.

ד. הסבר, מילולית, כיצד תוכל לזהות את פונקציית הבחירה של הפרט מתוך יחס ההעדפה הלא ישיר (המוגדר על הפרמטרים של קבוצות הבחירה)?